Semaine 04 du 05/10/2026

1 Programme officiel

Les éléments en italique sont des ajouts ou précisions personnels, hors programme officiel.

c) Trigonométrie

Cercle trigonométrique. Paramétrisation par cosinus et sinus.	
Relation de congruence modulo 2π sur $\mathbf{R}$.	*Le formalisme des congruences sera vu plus tard en arithmétique, la notion de relation d'équivalence n'a pas été vue ; on en reste aux notions de termainale.*
Cosinus et sinus de $\pi + x$, de $\frac{\pi}{2} \pm x$. Cosinus et sinus des angles usuels.	Les étudiants doivent savoir retrouver ces résultats et résoudre des équations et inéquations trigonométriques simples en s'aidant du cercle trigonométrique.
Formules d'addition $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$. Cas particulier des formules de duplication : $\cos(2a)$, $\sin(2a)$.	On présente une justification géométrique de l'une de ces formules. Les étudiants doivent savoir retrouver rapidement les formules donnant $\cos(a)\cos(b)$, $\sin(a)\sin(b)$, $\cos(a)\sin(b)$.
	Les étudiants doivent savoir retrouver les formules de factorisation : $\cos(p) \pm \cos(q)$, $\sin(p) \pm \sin(q)$.
Fonctions circulaires cosinus et sinus.	On justifie les formules donnant les fonctions dérivées de sinus et cosinus vues en classe de terminale.
inégalité $\lvert\sin(x)\rvert \leqslant \lvert x\rvert$.	
Fonction tangente.	Notation tan. Dérivée, variations, représentation graphique.
Tangente de $\pi \pm x$. Tangente des angles usuels.	Interprétation sur le cercle trigonométrique.
Formule d'addition $\tan(a \pm b)$.	Les étudiants doivent savoir retrouver l'expression de $\cos(t)$ et $\sin(t)$ en fonction de $\tan(t/2)$.
	$1 + \tan^2(t)$ *en fonction de* $\cos^2(t)$.
Définition géométrique et manipulation de Arcsin, Arccos *et* Arctan.	

2 Question de cours 1 :

En admettant les formules de $\cos(a+b)$, $\sin(a+b)$, retrouver (preuve) deux formules usuelles parmi :

1) $\tan(a+b)$, $\tan(a-b)$.
2) linéarisation :
$$\cos(a)\cos(b),\ \sin(a)\sin(b),\ \cos(a)\sin(b),\ \sin(a)\cos(b),\ \cos^2(a),\ \sin^2(a).$$
3) factorisation :
$$\cos(a)+\cos(b),\ \sin(a)+\sin(b),\ \cos(a)-\cos(b),\ \sin(a)-\sin(b).$$
4) angle moyen en fonction de $\tan\left(\frac{a}{2}\right)$:
$$\cos(a),\ \sin(a),\ \tan(a).$$

3 Question de cours 2 :

1) Montrer que $\{x > 0, \forall y > 0,\ x < y\} = \emptyset$.
2) Montrer que $A \cap B = A \cup B \Rightarrow A = B$.
3) Simplifier $U = \bigcup_{n\in\mathbf{N}} [-n; n]$.
4) Simplifier $N = \bigcap_{n\in\mathbf{N}^*} \left[-\frac{1}{n}; \frac{1}{n}\right]$.

Nota : Les preuves des deux derniers exercices ont été réalisées sans les théorèmes sur les suites, mais en faisant appel à la partie entière.

4 Exercices

Exercices de trigonométrie ne faisant pas (ou peu[1]) appel aux complexes. On évitera aussi de trop s'appuyer sur les considérations fonctionnelles (la dérivée d'une réciproque n'a pas été vue).
Petits exercices sur les ensembles dans le cas général (pas de max, borne sup... uniquement des unions, intersections, complémentaires, produits cartésiens.)

[1] Le cours sur les complexes a été fait, mais pas encore d'exercices, on garde pour la semaine suivante.